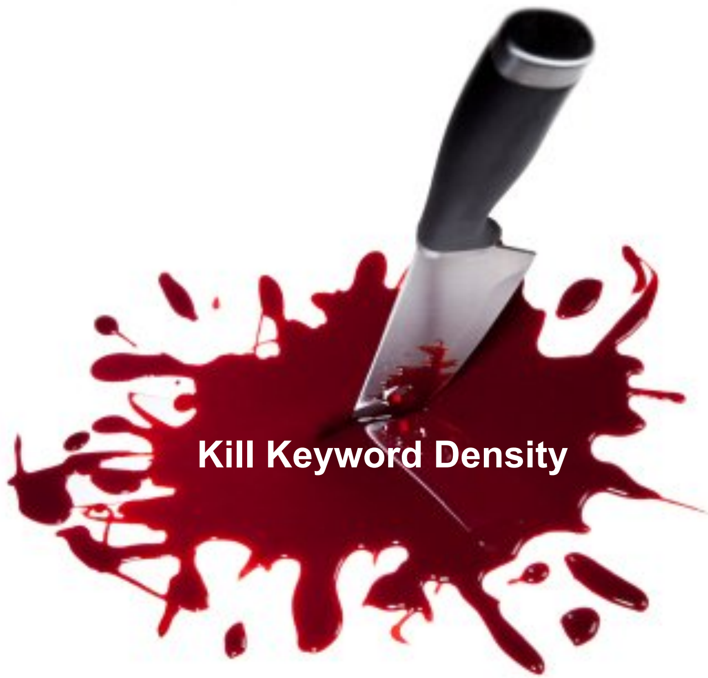
KARL ´S CORE CONTENT



Weshalb die „Keyword Density“ blanker Unsinn ist.

Kill Keyword Density » Jana Engelmann & Karl Kratz

powered by Jana Engelmann :)

Das ist **Jana Engelmann**. Jana ist Diplom-Mathematikerin und Controlling-Leiterin bei der Innovation Group AG.

Ihr findet Janas XING-Profil hier: https://www.xing.com/profile/Jana_Engelmann2

Das ist **Karl Kratz**. Er macht Online-Marketing. Den ganzen lieben Tag lang.

Jana Engelmann

Keyword-Density ist für die Suchmaschinenoptimierung völlig wertlos!

Jana, die Keyword-Density ist eine sehr beliebte und oft verwendete SEO-Kennzahl.

Dabei ist die Keyword-Density für das Information Retrieval bzw. für die Suchmaschinenoptimierung eigentlich völlig wertlos.

Na, dann lass uns doch gemeinsam den mathematischen Beweis dafür herleiten!

Jana Engelmann

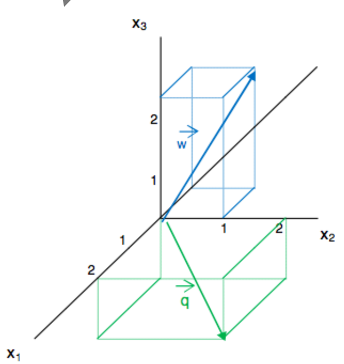
Kill Keyword Density » Mathematische Tötungsmaschine

dreidimensionaler Vektorraum

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

und

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$



Wir bilden unseren Suchterm und den in der Datenbank gespeicherten Term als Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ im dreidimensionalen euklidischen Vektorraum $\mathbf{R}^3$ ab.

Jana Engelmann

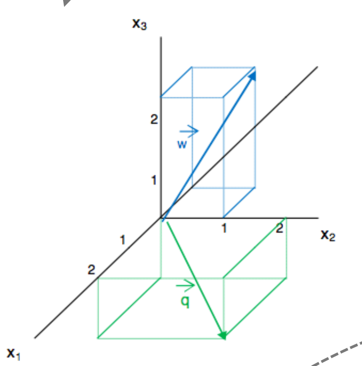
Kill Keyword Density » Mathematische Tötungsmaschine

dreidimensionaler Vektorraum

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

und

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$



Wir bilden unseren **Suchterm** und den in der Datenbank gespeicherten Term als Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ im dreidimensionalen euklidischen Vektorraum $\mathbf{R}^3$ ab.

Die **Länge** der beiden Vektoren können wir ganz einfach über den Satz des Pythagoras berechnen.

$$|\vec{w}| = ((w_1^2 + w_2^2) + w_3^2)^{1/2}$$
$$= (w_1^2 + w_2^2 + w_3^2)^{1/2}$$
$$= ((-1)^2 + (1)^2 + (2)^2)^{1/2} = \sqrt{6}$$

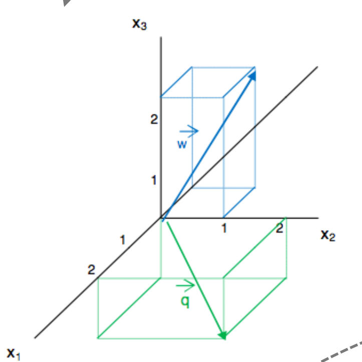
$$|\vec{q}| = ((q_1^2 + q_2^2) + q_3^2)^{1/2}$$
$$= (q_1^2 + q_2^2 + q_3^2)^{1/2}$$
$$= ((2)^2 + (2)^2 + (-1)^2)^{1/2} = 3$$

Kill Keyword Density » Mathematische Tötungsmaschine

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

und

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$



Wir bilden unseren Suchterm und den in der Datenbank gespeicherten Term als Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ im dreidimensionalen euklidischen Vektorraum $\mathbf{R}^3$ ab.

Die **Länge** der beiden Vektoren können wir ganz einfach über den Satz des Pythagoras berechnen.

Und der Winkel zwischen den Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ lässt sich mit dem Cosinussatz berechnen.

Jana Engelmann

$$|\vec{w}| = ((w_1^2 + w_2^2) + w_3^2)^{1/2}$$
$$= (w_1^2 + w_2^2 + w_3^2)^{1/2}$$
$$= ((-1)^2 + (1)^2 + (2)^2)^{1/2} = \sqrt{6}$$

$$|\vec{q}| = ((q_1^2 + q_2^2) + q_3^2)^{1/2}$$
$$= (q_1^2 + q_2^2 + q_3^2)^{1/2}$$
$$= ((2)^2 + (2)^2 + (-1)^2)^{1/2} = 3$$

$$|\vec{w} - \vec{q}|^2 = |\vec{w}|^2 + |\vec{q}|^2 - 2 \cdot |\vec{w}| \cdot |\vec{q}| \cdot \cos\alpha$$

$$|\vec{w}| \cdot |\vec{q}| \cos\alpha = 1/2 \left(|\vec{w}|^2 + |\vec{q}|^2 - |\vec{w} - \vec{q}|^2 \right)$$
$$= 1/2 \, (w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2$$
$$- (w_1^2 + q_1^2 - 2 w_1 q_1 + w_2^2 + q_2^2 - 2 w_2 q_2 + w_3^2 + q_3^2 - 2 w_3 q_3))$$
$$= w_1 q_1 + w_2 q_2 + w_3 q_3 = \vec{w} \cdot \vec{q}$$

$$\cos\alpha = \frac{\vec{w} \cdot \vec{q}}{|\vec{w}| \cdot |\vec{q}|}$$

Kill Keyword Density » Mathematische Tötungsmaschine

dreidimensionaler Vektorraum

$$\vec{w_0} = \frac{\vec{w}}{|\vec{w}|} = \frac{1}{|\vec{w}|} \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{w_0} = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{6} \\ 2/\sqrt{6} \end{pmatrix}$$

$$|\vec{w_0}| = (1/6 + 1/6 + 2/3)^{1/2}$$
$$= 1$$

$$\vec{q_0} = \frac{\vec{q}}{|\vec{q}|} = \frac{1}{|\vec{q}|} \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{q_0} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 2/3 \\ \# \# \end{pmatrix}$$

$$|\vec{q_0}| = (4/9 + 4/9 + 1/9)^{1/2}$$
$$= 1$$

Jetzt normieren wir die Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ auf den Betrag 1 zu den Einheitsvektoren $\vec{w_0}$ und $\vec{g_0}$.

Kill Keyword Density » Mathematische Tötungsmaschine

$$\vec{w}_0 = \frac{\vec{w}}{|\vec{w}|} = \frac{1}{|\vec{w}|} \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \qquad \vec{q}_0 = \frac{\vec{q}}{|\vec{q}|} = \frac{1}{|\vec{q}|} \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}$$

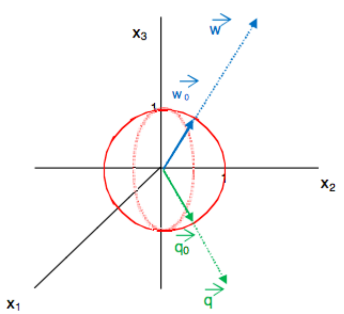
$$\vec{w}_0 = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{6} \\ 2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \qquad \vec{q}_0 = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 2/3 \\ \#\ \# \end{pmatrix}$$

$$|\vec{w}_0| = (\ 1/6 + 1/6 + 2/3\ )^{1/2} = 1 \qquad |\vec{q}_0| = (\ 4/9 + 4/9 + 1/9\ )^{1/2} = 1$$

Jetzt normieren wir die Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ auf den Betrag 1 zu den Einheitsvektoren $\vec{w_0}$ und $\vec{g_0}$.

Einheitsvektoren im euklidischen Vektorraum $\mathbf{R}^3$ liegen auf dem Einheitskreis.

Jana Engelmann



Kill Keyword Density » Mathematische Tötungsmaschine

$$\vec{w}_0 = \frac{\vec{w}}{|\vec{w}|} = \frac{1}{|\vec{w}|} \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{w}_0 = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{6} \\ 2/\sqrt{6} \end{pmatrix}$$

$$|\vec{w}_0| = (1/6 + 1/6 + 2/3)^{1/2}$$
$$= 1$$

$$\vec{q}_0 = \frac{\vec{q}}{|\vec{q}|} = \frac{1}{|\vec{q}|} \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}$$

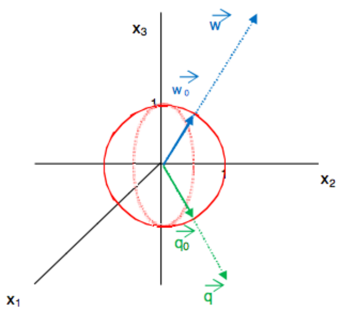
$$\vec{q}_0 = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 2/3 \\ \#\ \# \end{pmatrix}$$

$$|\vec{q}_0| = (4/9 + 4/9 + 1/9)^{1/2}$$
$$= 1$$

Jetzt normieren wir die Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ auf den Betrag 1 zu den Einheitsvektoren $\vec{w_0}$ und $\vec{g_0}$.

Einheitsvektoren im euklidischen Vektorraum $\mathbf{R}^3$ liegen auf dem Einheitskreis.

Damit gilt für das Skalarprodukt:



$$\cos \alpha = \frac{\vec{w} \cdot \vec{q}}{|\vec{w}| \cdot |\vec{q}|} = \vec{w}_0 \cdot \vec{q}_0$$

Kill Keyword Density » n-dimensionale Vektoren

Soweit. So gut. Jetzt betrachten wir unsere Vektoren im **n-dimensionalen** euklidischen Vektorraum $\mathbf{R}^{n}$.

Kill Keyword Density » n-dimensionale Vektoren

n-dimensionaler Vektorraum

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ \vdots \\ \vdots \\ -1 \end{pmatrix}$$

Betrachten wir die Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ im n-dimensionalen euklidischen Vektorraum $\mathbf{R}^n$, gilt für das Ähnlichkeitsmaß folgende Formel:

Jana Engelmann

Kill Keyword Density » Mathematische Tötungsmaschine

n-dimensionaler Vektorraum

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ \vdots \\ \vdots \\ -1 \end{pmatrix}$$

Betrachten wir die Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ im n-dimensionalen euklidischen Vektorraum **R^n**, gilt für das Ähnlichkeitsmaß folgende Formel:

Die **Länge** der beiden Vektoren im euklidischen Vektorraum lässt sich wie folgt berechnen:

$$\left|\vec{w}\right| = (w_1^2 + w_2^2 + \ldots + w_n^2)^{1/2} \qquad \left|\vec{q}\right| = (q_1^2 + q_2^2 + \ldots + q_n^2)^{1/2}$$

$$= (w_1^2 + w_2^2 + \ldots + w_n^2)^{1/2} \qquad = (q_1^2 + q_2^2 + \ldots + q_n^2)^{1/2}$$

$$= (\sum_{k=1}^{n} w_k)^{1/2} \qquad = (\sum_{k=1}^{n} q_k)^{1/2}$$

Kill Keyword Density » Mathematische Tötungsmaschine

n-dimensionaler Vektorraum

$$\vec{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ \vdots \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix}$$

Betrachten wir die Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ im n-dimensionalen euklidischen Vektorraum **R^n,** gilt für das Ähnlichkeitsmaß folgende Formel:

Die **Länge** der beiden Vektoren im euklidischen Vektorraum lässt sich wie folgt berechnen:

$$|\vec{w}| = (w_1^2 + w_2^2 + \ldots + w_n^2)^{1/2} \qquad |\vec{q}| = (q_1^2 + q_2^2 + \ldots + q_n^2)^{1/2}$$

$$= (w_1^2 + w_2^2 + \ldots + w_n^2)^{1/2} \qquad = (q_1^2 + q_2^2 + \ldots + q_n^2)^{1/2}$$

$$= \left(\sum_{k=1}^{n} w_k\right)^{1/2} \qquad = \left(\sum_{k=1}^{n} q_k\right)^{1/2}$$

Und der Winkel zwischen den Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ lässt sich wieder mit dem Cosinussatz berechnen:

Jana Engelmann

$$|\vec{w} - \vec{q}|^2 = |\vec{w}|^2 + |\vec{q}|^2 - 2 \cdot |\vec{w}| \cdot |\vec{q}| \cdot \cos\alpha$$

$$|\vec{w}| \cdot |\vec{q}| \cos\alpha = 1/2 \left(|\vec{w}|^2 + |\vec{q}|^2 - |\vec{w} - \vec{q}|^2 \right)$$

$$= 1/2 \left(w_1^2 + w_2^2 + \ldots + w_n^2 + q_1^2 + q_2^2 + \ldots + q_n^2 \right.$$

$$\left. - (w_1^2 + q_1^2 - 2\, w_1\, q_1 + w_2^2 + q_2^2 - 2\, w_2\, q_2 + \ldots + w_n^2 + q_n^2 - 2\, w_n\, q_n) \right)$$

$$= w_1\, q_1 + w_2\, q_2 + \ldots + w_n\, q_n = \sum_{k=1}^{n} w_k\, q_k = \vec{w} \cdot \vec{q}$$

Kill Keyword Density » Mathematische Tötungsmaschine

n-dimensionaler Vektorraum

$$\vec{w_0} = \frac{\vec{w}}{|\vec{w}|} = \frac{\vec{w}}{\left(\sum_{k=1}^{n} w_k\right)^{1/2}} \qquad \vec{q_0} = \frac{\vec{q}}{|\vec{q}|} = \frac{\vec{q}}{\left(\sum_{k=1}^{n} q_k\right)^{1/2}}$$

Jetzt normieren wir die Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ auf den Betrag 1 zu den Einheitsvektoren $\vec{w_0}$ und $\vec{g_0}$.

Jana Engelmann

Kill Keyword Density » Mathematische Tötungsmaschine

n-dimensionaler Vektorraum

$$\vec{w}_0 = \frac{\vec{w}}{|\vec{w}|} = \frac{\vec{w}}{\left(\sum_{k=1}^{n} w_k\right)^{1/2}} \qquad \vec{q}_0 = \frac{\vec{q}}{|\vec{q}|} = \frac{\vec{q}}{\left(\sum_{k=1}^{n} q_k\right)^{1/2}}$$

Jetzt normieren wir die Vektoren $\vec{w}$ und $\vec{g}$ auf den Betrag 1 zu den Einheitsvektoren $\vec{w_0}$ und $\vec{g_0}$.

Damit gilt nunmehr:

$$\cos\ \alpha = \frac{\vec{w} \cdot \vec{q}}{|\vec{w}| \cdot |\vec{q}|} = \frac{\sum_{k=1}^{n} w_k\ q_k}{\left(\sum_{k=1}^{n} w_k\right)^{1/2} \left(\sum_{k=1}^{n} q_k\right)^{1/2}} = \vec{w}_0 \cdot \vec{q}_0$$

Kill Keyword Density » Now!

The final countdown

$$\cos\alpha = \frac{\vec{w} \cdot \vec{q}}{|\vec{w}| \cdot |\vec{q}|} = \frac{\sum_{k=1}^{n} w_k \, q_k}{(\sum_{k=1}^{n} w_k)^{1/2} \, (\sum_{k=1}^{n} q_k)^{1/2}} = \vec{w_0} \cdot \vec{q_0}$$

Wir haben nun hergeleitet, dass das Maß des Winkels zwischen den Vektoren nicht von Ihrer Länge, sondern nur von Ihrer Richtung abhängt.

Jana Engelmann

Prima. Das bedeutet, dass die Keyword Density für das Information Retrieval definitiv keinerlei Relevanz besitzt.

Jetzt muss das nur noch jemand den Menschen da draußen sagen.

Alles, was Recht ist.